

I470 実践的アルゴリズム理論 (Theory of Advanced Algorithms)

Report (2)

2018 年度 2-1(10月–11月) 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題 (Propose): 11月14日 (水)

提出 (Deadline): 11月21日 (水) 9:00

注意 (Note): レポートには氏名, 学生番号, 問題番号, 解答を, すべて書くこと. 紙は A4 で左上をホチキス止めすること. 片面使用でも両面使用でもよい. JAIST のアカウントから電子メールで PDF ファイルでレポートを出してもよい (Word は不可). その場合は件名を “I470 Report 2 (学生番号)” とし, メール本文にも学生番号と氏名を明記して, ファイル名は “学生番号.pdf” とすること. (Do not forget to write your name, student ID, problem ID, and answers on your report. The size of paper is A4, and staple them at the top left. You can use one side or both sides of paper. You can submit your report by email in PDF format from JAIST account (.doc or .docx is not allowed). In that case, the subject should be “I470 Report 2 (Student ID)”, you write your student ID and your name in the email, and the file name should be “StudentID.pdf”.)

以下の問題から 2 問以上選んで解け (各 10 点). (Choose and solve two or more problems from below (10 points each).)

Problem 1: $T(n) \leq T(an) + T(bn) + cn$ で $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, $0 < a + b < 1$ のとき, $T(n) = O(n)$ となることを説明せよ. (When $T(n) \leq T(an) + T(bn) + cn$ with $0 < a < 1$, $0 < b < 1$, and $0 < a + b < 1$, explain the reason why we have $T(n) = O(n)$.)

Problem 2: 2 次元平面上の 2 つの点集合 $R = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$ と $B = \{(2, 2), (3, 3)\}$ が与えられた時, 線形分離可能問題を線形計画問題を解くことで解け. 特に 2 つの線形計画問題

$$\begin{array}{ll} b \geq -a + 2 & b \leq -a + 2 \\ b \geq -2a + 1 & b \leq -2a + 1 \\ b \geq -3a + 1 & b \leq -3a + 1 \\ b \leq -2a + 2 & b \geq -2a + 2 \\ b \leq -3a + 3 & b \geq -3a + 3 \end{array} \quad \text{と}$$

の実行可能領域を図示することで実行可能解を持つかどうかをきちんと判定すること. (For given two point sets $R = \{(1, 2), (2, 1), (3, 1)\}$ and $B = \{(2, 2), (3, 3)\}$, solve the linear separability problem by solving linear programs. That is, you have to solve the problem by showing feasible solutions of two linear programs above.)

Problem 3: 一般の多角形 P が頂点の列 v_0, v_1, \dots, v_{n-1} で与えられたとする. P 上の 2 頂点 v_i と v_j を結ぶ直線が, P の内部だけを通るかどうかを判定するアルゴリズムを記述せよ. 計算時間はどのくらいかかるか評価せよ. (Let P be a polygon described by a sequence v_0, v_1, \dots, v_{n-1} of vertices. For a pair v_i and v_j of vertices on P , describe an algorithm that determines if the line segment joining v_i and v_j passes through inside of P . Evaluate its time complexity.)

Problem 4: 生起確率が p (ただし $0 < p < 1$) である事象を, 成功するまで繰り返す. このときの試行の回数の期待値は $1/p$ であることを証明せよ. (We continue trying some event with probability p ($0 < p < 1$) of occurrence until it succeeds. Then prove that the expected value of number of trials is $1/p$.)