I222 計算の理論 レポート (3)

平成 18 年度 I-2 期 (6,7 月)
担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題: 7 月 23 日 (日)

提出: 7 月 31 日 (月)

注意: レポートには氏名，学生番号，問題，解答を，すべて手書きで書くこと．ただし電子メールで送付する場合はこの限りではない．本レポートの解答は，電子メールで上原まで送るか，別途配布する封筒で郵送すること．郵送の場合は 31 日の消印有効．電子メールで送る場合は，Word 形式はあまりうれしくない．テキストか PS か PDF が望ましい．

問題 1: ある問題 X を解くアルゴリズム A を作成したら，A は入力長 n に対して，$O(n^3 2^n)$ 時間で動作することがわかった．このとき $X \in E$ であることを定義にしたがって証明せよ．(5 点)

問題 2: 定理 5.7 の (2)，つまり $E \subsetneq EXP$ を証明せよ．特に $E \neq EXP$ を示せ．(5 点)

問題 3: HAM とは，与えられた無向グラフ上に Hamilton 閉路 (すべての頂点を 1 度だけ通る閉路) が存在するかどうかを判定する問題である．HAM は，グラフの頂点の最大の次数 (頂点に付随する辺の本数) が 3 に制限されている場合でも NP 完全問題であることがわかっている．一方で最大次数が 2 の場合は，多項式時間で解くことができることも知られている．あたえられるグラフの最大次数が 2 であることがわかっているとして，HAM を多項式時間で解くアルゴリズムを示せ．完全なコードでなく，アルゴリズムの概要が示されていればよい．(5 点)

問題 4: kSAT は各項のリテラルの数が「高々k」と定義しても,「ちょうど k」と定義しても，問題の本質は変わらない．しかし細かい点は違ってくる．例えば 2SAT$\leq_m^p$3SAT という関係は,「高々」を使った定義だと自明であるが,「ちょうど」を使った定義だと，自明ではない.「ちょうど」を使った定義の元で，2SAT$\leq_m^p$3SAT を示せ．(5 点)

オプション問題: 以下の問題はオプションである．良い解答については最大 10 点〜30 点程度，加点するので，興味のある人は取り組まれたい．

1. EULER とは，与えられた無向グラフが一筆書きの閉路を持つかどうかを判定する問題である．この問題は，以下の定理を使うと簡単に解ける．

   定理 与えられた無向グラフ G が一筆書きの閉路を持つ必要十分条件は，G が連結グラフであり，かつ各頂点に付随する辺の数が偶数であること．

   上記の定理を証明せよ．グラフの頂点数に関する帰納法が良い．

2. ナップサック問題 KNAP が NP 完全問題であることを利用して，箱詰め問題 BIN が NP 完全問題であることを示せ．