

I222 計算の理論 レポート (1)

平成 18 年度 I-2 期 (6,7 月)

担当: 上原 隆平 (uehara@jaist.ac.jp)

出題: 6 月 10 日 (土)

提出: 7 月 7 日 (金) 講義開始時

注意: レポートには氏名, 学生番号, 問題, 解答を, すべて手書きで書くこと.

問題 1: $\Sigma = \{0, 1\}$ のとき, Σ^* の要素を長さ優先の辞書式順序で列挙せよ. 先頭から 16 個以上列挙すること. (4 点)

問題 2: 命題論理式 $F(X_1, X_2, X_3) = [X_1 \vee \neg X_2 \vee X_3] \wedge [\neg X_1 \vee X_2 \vee X_3] \wedge [\neg X_1 \vee X_2 \vee \neg X_3]$ について次の問いに答えよ. (4 点)

(1) リテラルをすべて列挙せよ.

(2) この命題論理式に $X_1 = 0, X_2 = 1, X_3 = 0$ という真偽値を代入したとき, 論理式の値は何か?

(3) 上の論理式の値を 1 にする真偽値の割り当てをすべて求めよ

問題 3: 次のプログラムを標準形に変換せよ. また, このプログラムは, x がどのような文字列である場合に 1 を出力するか. 言葉で説明せよ. (4 点)

```
prog A (input x:  $\Sigma^*$ ):  $\Sigma$ ;  
label LOOP;  
var a:  $\Sigma$ ;  
begin  
LOOP: if x =  $\epsilon$  then halt(0) end-if;  
      a := head(x); x := right(x);  
      if a = 1 then halt(1) end-if;  
      if x =  $\epsilon$  then halt(0) end-if;  
      a := head(x); x := right(x);  
      if a = 0 then halt(1) else goto LOOP end-if;  
end.
```

問題 4: 自然数の集合を \mathcal{N} とし, 集合 \mathcal{N}^2 を $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$ と定義する. 正確には $\mathcal{N}^2 = \{(x, y) \mid x, y \in \mathcal{N}\}$ である. このとき集合 \mathcal{N}^2 が可算無限であることを示せ. (4 点)

注意: $\mathcal{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$ である.

問題 5: 自然数の集合を \mathcal{N} とし, \mathcal{N} の部分集合全体からなる集合を $2^{\mathcal{N}}$ とする. このとき $2^{\mathcal{N}}$ は非可算無限であることを対角線論法を使って示せ. (4 点)

注意: 例えば集合 $S = \{1, 2, 3\}$ に対しては $2^S = \{\phi, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{2, 3\}, \{1, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$ となる.